

問題

下図のように、地表面の2箇所で $P = 100 \text{ kN}$ の集中荷重が同時に与えられたとき、地盤内の A 点および B 点に作用する鉛直方向の全応力 σ_z をそれぞれ求めよ。なお、表面荷重だけでなく、土の自重 ($\gamma_t = 18.0 \text{ kN/m}^3$) で発生する応力も考慮すること。

解答例

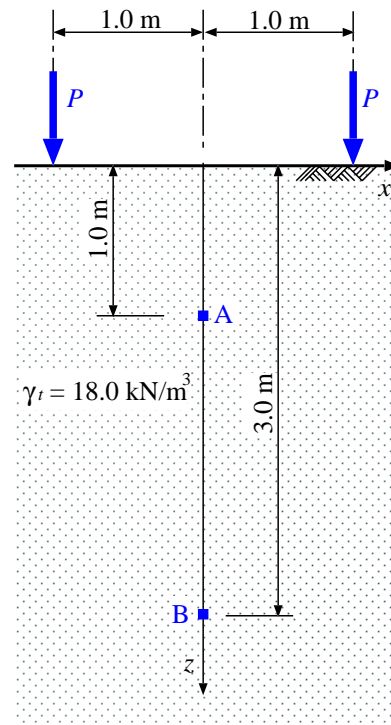
まず、1つの集中荷重 P による応力増分をそれぞれ求める。

A 点の場合、 $r_A = \sqrt{1.0^2 + 1.0^2} = \sqrt{2}$ より、

$$\Delta\sigma_{zA} = \frac{3P}{2\pi} \cdot \frac{z_A^3}{r_A^5} = \frac{3 \times 100}{2\pi} \cdot \frac{1.0^3}{(\sqrt{2})^5} = 8.44 \quad (\text{kN/m}^2)$$

B 点の場合、 $r_B = \sqrt{1.0^2 + 3.0^2} = \sqrt{10}$ より、

$$\Delta\sigma_{zB} = \frac{3P}{2\pi} \cdot \frac{z_B^3}{r_B^5} = \frac{3 \times 100}{2\pi} \cdot \frac{3.0^3}{(\sqrt{10})^5} = 4.08 \quad (\text{kN/m}^2)$$



また、土の自重で生ずる鉛直全応力は、

$$\text{A 点: } \sigma_{zA_0} = \gamma_t \cdot z_A = 18.0 \times 1.0 = 18.0 \quad (\text{kN/m}^2)$$

$$\text{B 点: } \sigma_{zB_0} = \gamma_t \cdot z_B = 18.0 \times 3.0 = 54.0 \quad (\text{kN/m}^2)$$

別々に求めた鉛直応力 (増分) を単純に加算すれば良い。

集中荷重は対称の位置にあるが、その影響は等価であるので2倍する。

A 点の場合、

$$\sigma_{zA} = \sigma_{zA_0} + 2\Delta\sigma_{zA} = 18.0 + 2 \times 8.44 = 34.9 \quad (\text{kN/m}^2)$$

B 点の場合、

$$\sigma_{zB} = \sigma_{zB_0} + 2\Delta\sigma_{zB} = 54.0 + 2 \times 4.08 = 62.2 \quad (\text{kN/m}^2)$$

補足 1

よく見られた間違いは、線状荷重の式を適用してしまった例である。設問の条件をきちんと理解した上で、どの理論式を適用するかを判断してほしい。

補足 2

上の計算結果から、浅いところでは表面荷重の影響が大きいものに対して、ある程度深くなると土の自重が支配的になることがわかる。なお今回の荷重 100kN は、道路運送車両法で制限されている大型トラック輪荷重の 2 倍程度である。

では、その制限重量である 50kN の集中荷重直下の応力状態を考えてみよう。地盤は上記と同じ条件で、静止土圧係数を $K_0 = 0.5$ と仮定する。まず、輪荷重が作用していないときの応力を計算すると、

$$\text{A 点} : \sigma_{z_{A_0}} = 18.0 \text{ (kN/m}^2\text{)} \quad \sigma_{x_{A_0}} = K_0 \sigma_{z_{A_0}} = 0.5 \times 18.0 = 9.0 \text{ (kN/m}^2\text{)}$$

$$\text{B 点} : \sigma_{z_{B_0}} = 54.0 \text{ (kN/m}^2\text{)} \quad \sigma_{x_{B_0}} = K_0 \sigma_{z_{B_0}} = 0.5 \times 54.0 = 27.0 \text{ (kN/m}^2\text{)}$$

続いて、輪荷重 (50kN) 直下の条件を考える。軸上ではせん断応力は発生しないから、水平面と鉛直面は主応力面となる。またここで地盤のポアソン比を $\nu = 0.5$ と仮定すると、水平方向の応力増分 $\Delta\sigma_x$ は発生しないから、鉛直方向の応力増分だけを計算する。

$$\text{A 点} : \Delta\sigma_{z_A} = \frac{3P}{2\pi} \cdot \frac{1}{z_A^2} = \frac{3 \times 50}{2\pi} \frac{1}{1.0^2} = 23.9 \text{ (kN/m}^2\text{)}$$

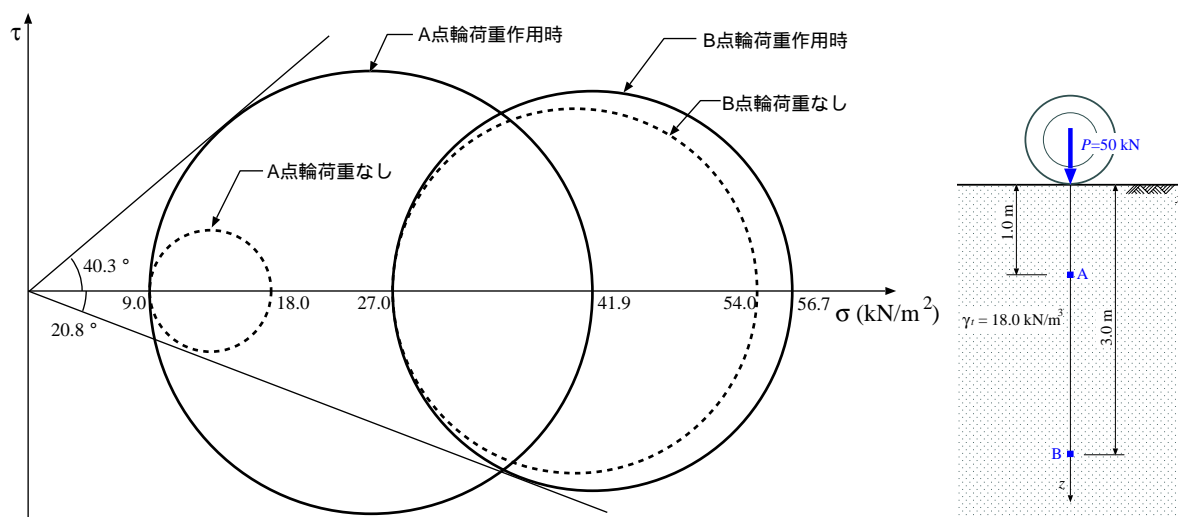
$$\text{B 点} : \Delta\sigma_{z_B} = \frac{3P}{2\pi} \cdot \frac{1}{z_B^2} = \frac{3 \times 50}{2\pi} \frac{1}{3.0^2} = 2.7 \text{ (kN/m}^2\text{)}$$

したがって、輪荷重作用時の全応力成分 (主応力) は、

$$\text{A 点} : \sigma_{z_A} = \sigma_{z_{A_0}} + \Delta\sigma_{z_A} = 18.0 + 23.9 = 41.9 \text{ (kN/m}^2\text{)} \quad \sigma_{x_A} = \sigma_{x_{A_0}} = 9.0 \text{ (kN/m}^2\text{)}$$

$$\text{B 点} : \sigma_{z_B} = \sigma_{z_{B_0}} + \Delta\sigma_{z_B} = 54.0 + 2.7 = 56.7 \text{ (kN/m}^2\text{)} \quad \sigma_{x_B} = \sigma_{x_{B_0}} = 27.0 \text{ (kN/m}^2\text{)}$$

以上の結果をモール円で表してみよう。輪荷重が作用していないときを破線で、作用時を実線で示す。浅い A 点では、輪荷重の作用によって B 点より大きなせん断応力が作用することがわかる。この円の包絡線の傾きは 40.3° となるので、地盤のせん断抵抗角がこれより小さい場合は破壊してしまう可能性がある。 40° を越えるためには、砂質系や砂レキ系の土を念入りに締固める必要がある。一方、B 点のモール円は接線の傾きが 20.3° と小さい。多くの地盤では ϕ が 30° 程度以上のことが多いので B 点で破壊する可能性は小さいと考えられる。



以上の検討から、大型トラックが走行する道路は浅い部分の強度を十分高くしておかなければならないということがわかる。もっと浅い所では、タイヤの設置面の大きさから集中荷重と見なすには無理があるので、後で学ぶ支持力理論で考える必要がある。また実際の道路設計ではこのような c, ϕ ではなく、CBR 値というパラメータを用いる。(CBR 値はこの科目では扱わない。)