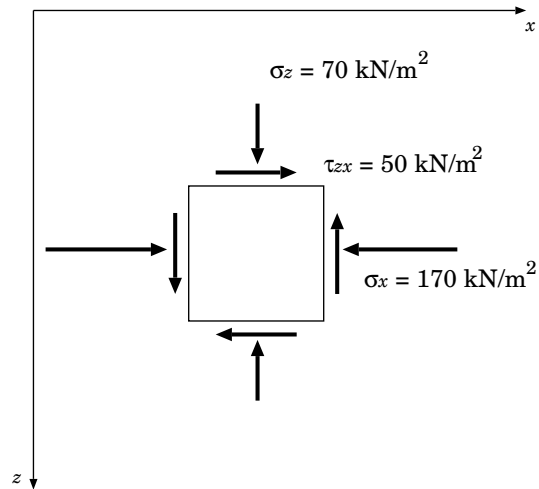


問題

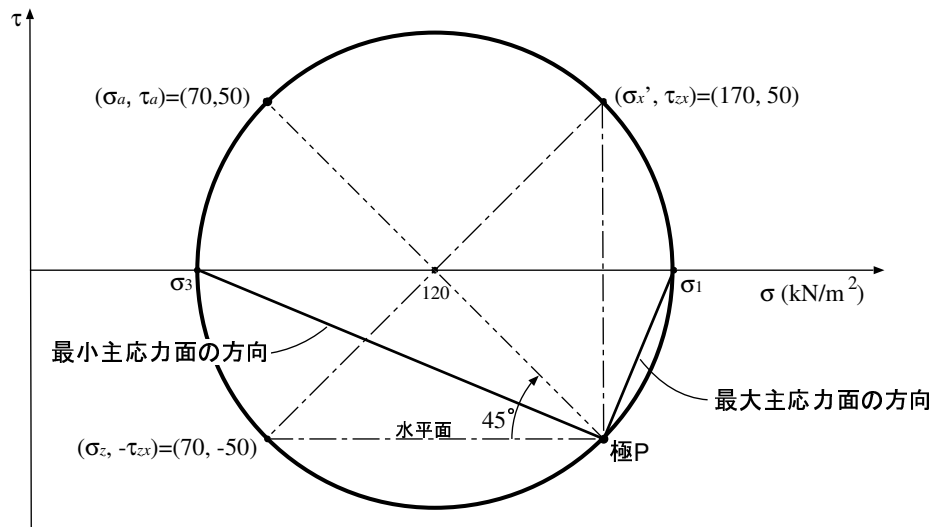
地盤内のある点が右図のような応力状態にあるとき、次の問いに答えよ。

- (1) この応力状態のモール円を描き、極Pを表示せよ。
- (2) 最大主応力 σ_1 、および最小主応力 σ_3 の値を求め、各主応力の作用する面の方向をモール円図内に示せ。
- (3) 水平面を、時計回りに $\alpha=45^\circ$ 回転させた面に作用する垂直応力 σ_α とせん断応力 τ_α を求め、これに対応するモール円上の点を示せ。



解答例

(1) 水平面の作用応力の座標値を $(\sigma_z, -\tau_{zx}) = (70, -50)$ 、鉛直面の作用応力の座標値を $(\sigma_x, \tau_{zx}) = (170, 50)$ と表し、これを直径とする円を描く。また、水平面作用応力座標 $(70, -50)$ から水平線を引き、鉛直面作用応力座標 $(170, 50)$ から鉛直線を引いて、その円周と交差した点が極Pである。



(2) 円の中心座標の水直応力を σ_m とすると、

$$\sigma_m = \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} = \frac{70 + 170}{2} = 120 \quad (\text{kN/m}^2)$$

円の半径は、

$$r = \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{zx}^2} = \sqrt{\left(\frac{70 - 170}{2}\right)^2 + 50^2} = 70.7 \quad (\text{kN/m}^2)$$

したがって、

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_m + r = 120 + 70.7 = 190.7 \quad (\text{kN/m}^2) \\ \sigma_3 &= \sigma_m - r = 120 - 70.7 = 49.3 \quad (\text{kN/m}^2) \end{aligned}$$

モール円内では、極Pから各種応力を示す点 $(\sigma_1, 0)$ 、 $(\sigma_3, 0)$ にを結ぶ直線を引くと、それぞれが主応力面の方向を表す。

(3) モール円では、水平面と時計回りに 45° 傾けた直線を極 P から引き、これが円と交差する点が $(\sigma_\alpha, \tau_\alpha)$ となる。今回は図から求めることも用意であるが、計算で求める場合は、教科書 p156 の 7.2 式を用いる。ただし、せん断応力の方向が逆になっているので、 τ_{zx} には負の値を代入することに注意。

$$\begin{aligned}\sigma_\alpha &= \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} + \frac{\sigma_z - \sigma_x}{2} \cos 2\alpha + \tau_{zx} \sin 2\alpha \\ &= \frac{70 + 170}{2} + \frac{70 - 170}{2} \times \cos\left(2 \times \frac{\pi}{4}\right) + (-50) \times \sin\left(2 \times \frac{\pi}{4}\right) \\ &= 70 \quad (\text{kN/m}^2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tau_\alpha &= -\frac{\sigma_z - \sigma_x}{2} \sin 2\alpha + \tau_{zx} \cos 2\alpha \\ &= -\frac{70 - 170}{2} \times \sin\left(2 \times \frac{\pi}{4}\right) + (-50) \times \cos\left(2 \times \frac{\pi}{4}\right) \\ &= 50 \quad (\text{kN/m}^2)\end{aligned}$$

補足 1

モール円の描き方を十分復習してほしい。

せん断応力の方向と正負の関係：今回は水平面では時計回りなので負、鉛直面は反時計回りなので正となる。

極は、任意の面に作用する組合せ応力を表す円周上の座標点から、その面と平行に引いた直線が全て集まってくる点である。

いずれにしても、モール円を作るときのはじめのプロットが間違っていると、円は同じであっても極の位置が逆になる。その結果、主応力面の方向や任意面の応力を正確に得ることができなくなってしまう。

補足 2

平方根が付いたままの解答がかなり見られる。工学の実務では仕事が未完成とみなされるので注意。