2009年度 地盤工学基礎演習課題　[2009.11.2 出題]

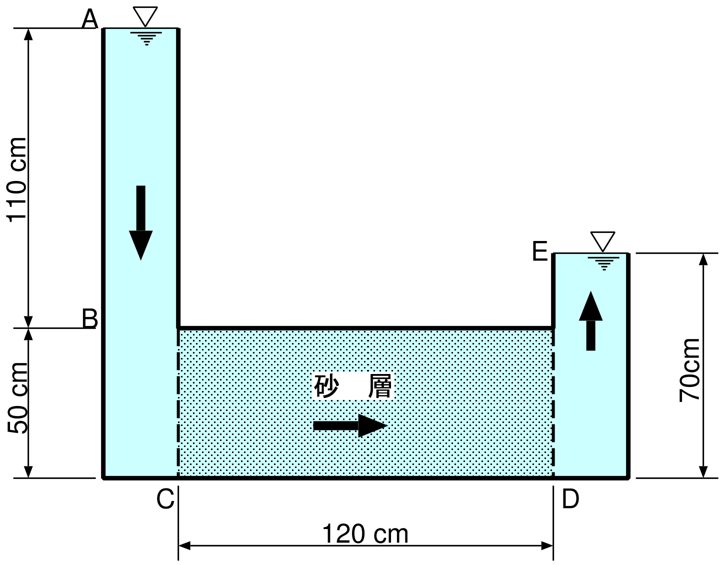
問題

下図のようなパイプの底部 CD 間に砂を詰め，A 点から給水しながら透水実験を行った。パイプの断面積は，CD 間では 4000 cm^2，また AB 間では底部の半分の 2000 cm^2 である。
以下の問いに答えよ。

(1)A 点と E 点の水位を一定に保ち，定常透水になったときの動水勾配を求めよ。

(2) このときの流量を観測したところ，毎秒 60cm^3 であった。砂層の透水係数を計算せよ。

(3) つぎに A 点の給水を停止した。左側のパイプの水位が給水停止から 50cm 低下するまでに要する時間を求めよ。



解答例

(1) 透水長さは，$L = 120$ cm 。水頭差は，$H = 50 + 110 - 70 = 90$ cm 。
したがって，動水勾配は，

$$i = \frac{H}{L} = \frac{90}{120} = 0.75$$

(2) 単位時間当たりの流量が，$V/t = 60\ \mathrm{cm}^3/\mathrm{s}$ である。
定水位透水を考慮すると，$V = kiAt$ であるから，

$$k = \frac{V}{iAt} = \frac{60}{0.75 \times 4000} = 2.0 \times 10^{-2} \quad (\mathrm{cm/s})$$

(3) 初期の水頭差は，(1) より $H_0 = 90$ cm，水位が A 点から 50 cm 低下したときの水頭差は，$H = H_0 - 50 = 40$ cm となる。土の部分 CD の断面積が $A = 4000$ cm^3，直立管 AB 間の断面積が，$a = 2000$ cm^3 より，変水位透水を考慮して，

$$t = \frac{aL}{Ak} \log \frac{H_0}{H} = \frac{2000 \times 120}{4000 \times 2.0 \times 10^{-2}} \log \frac{90}{40} = 2433 \quad (\mathrm{s})$$

（※ log：自然対数）

補足 1

(3) において，大半の解答が，log の計算を常用対数 $\log_{10}$ で行っていた。ここでは，自然対数 $\log_e$ で行うのが正しい。講義では対数の底を省略したが，微分方程式を解いて誘導した際に行った不定積分 (※高校数学で履修) では，$\int \frac{dx}{x} = \log_e x$ となることを思い出してほしい。なお，関数電卓では自然対数を扱う場合，[ln] キーを使うこと。[log] キーは常用対数である。

補足 2

毎秒 60 cm^3 の流量一定で水位が低下すると仮定して解いていた解答が少なからずあった。
この場合は $50 \times 2000 \div 60 = 1667$ s という解が得られる。しかし，この問題は水位 (水頭差) が低下する非定常透水である。水頭差の低下に伴って動水勾配が小さくなり，したがって流速も次第に小さくなるため，もっと時間がかかるのである。
ちなみに，50cm 低下したときの流量速度を計算すると，

$$\frac{V}{t} = kiA = 2.0 \times 10^{-2} \times \frac{90-50}{120} \times 4000 = 26.7 \quad (\mathrm{cm}^3/\mathrm{s})$$

というように，最初の半分以下になっていることがわかる。

補足 3

ここで，(3) についての近似計算をやってみよう。
最初の流量速度が 60 cm^3/s，最後は 26.7 cm^3/s となるので，その間の流速が線形に変化すると仮定し，えいやっ！と求めた平均の流量速度は，$(60 + 26.7)/2 = 43.4$ cm^3/s である。したがって，

$$t = \frac{50 \times 2000}{43.4} = 2304 \quad (\mathrm{s})$$

厳密解が 2433 s であるから若干短いものの，近い値が得られている。

厳密な理論式を駆使して解くことはもちろん大切であるが，このような簡単な仮定を設けて概略計算ができるような技術者としてのセンスを身につけてほしい。大きな計算ミスをチェックするための有効な手段にもなる。

また，この方法を援用して，水位を何段階に分割して流量と時間を計算することで，より厳密解に近い値が得られる。これがいわゆる「数値計算」の手法である。