2009年度 地盤工学基礎演習課題　　[2009.12.10 出題]

問題

ある土供試体の三軸排水せん断試験 (CD Test) を実施した。以下の問いに答えよ。

(1) 初期条件として $\sigma_a = \sigma_r = 120$kPa，間隙水圧は $u = 70$ kPa を与え，側圧一定で圧縮せん断したところ，軸差応力 (主応力差) が $\sigma_d = 100$ kPa のとき破壊が生じた。
破壊時の有効応力に関するモール円を描け。(上半円で可)
（応力の単位として，今回は N/m^2 の代わりに 圧力の単位でもある Pa を用いた。）

(2) 供試体の初期条件での寸法は，直径が 50 mm，高さは 100 mm とする。破壊時には軸方向圧縮量が 2.60 mm，また体積は 0.90 cm^3 の膨張が計測された。
このときの軸ひずみ ϵ_a，体積ひずみ ϵ_v，および水平方向の側方ひずみ ϵ_r をそれぞれ計算せよ。

解答例

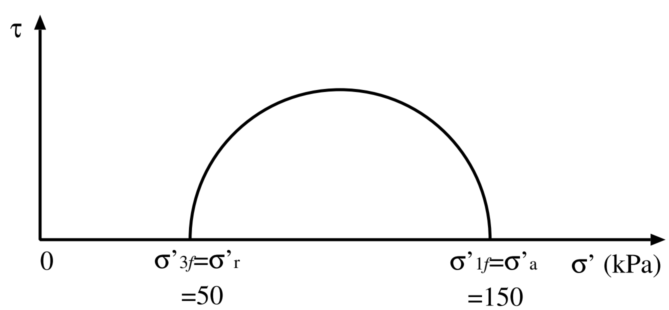
(1) まず，破壊時の主応力を計算する。
圧縮せん断試験なので，最大主応力は軸方向であり，また，CD 試験より間隙水圧は一定となる。したがって

$$\sigma'_{1f} = \sigma'_a = \sigma_a - u = \sigma_r + \sigma_d - u = 120 + 100 - 70 = 150 \quad \text{(kPa)}$$

最小主応力は水平方向で，

$$\sigma'_{3f} = \sigma'_r = \sigma_r - u = 120 - 70 = 50 \quad \text{(kPa)}$$

以上の結果より，モール円を下図に示す。



(2) 軸ひずみは，定義により圧縮量を初期高さで除して，

$$\epsilon_a = \frac{\Delta H}{H_0} = \frac{2.60}{100} = 2.60 \times 10^{-2}$$

ここで，供試体の初期体積は，(長さを cm に換算して計算すると)

$$V_0 = \frac{\pi D^2}{4} \cdot H_0 = \frac{\pi \times 5.0^2}{4} \times 10 = 196.35 \quad (\text{cm}^3)$$

したがって，体積ひずみは，膨張なので負の符号を付けて，

$$\epsilon_v = \frac{\Delta V}{V_0} = \frac{-0.90}{196.35} = -4.58 \times 10^{-3}$$

水平方向のひずみは，微小ひずみを仮定して，$\epsilon_v = \epsilon_a + 2\epsilon_r$ の関係から，

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon_v - \epsilon_a}{2} = \frac{-4.58 \times 10^{-3} - 2.60 \times 10^{-2}}{2} = -1.53 \times 10^{-2}$$

補足 1

体積ひずみと直ひずみの関係を確認してみよう。今回は円柱なので，初期の高さ H_0 に対する圧縮量 ΔH が，初期の直径 D_0 に対する圧縮量が δD とすると，軸方向のひずみと水平方向のひずみはそれぞれ次のように定義される。

$$\epsilon_a = \frac{\Delta H}{H_0}, \qquad \epsilon_a = \frac{\Delta D}{D_0}$$

初期の体積 $V_0 = \frac{\pi}{4}D_0^2 H_0$ に対して，変形後は $V = \frac{\pi}{4}(D_0 - \Delta D)^2(H_0 - \Delta H)$ になるので，収縮量 ΔV は，

$$\begin{aligned}
\Delta V &= V_0 - V \\
&= \frac{\pi}{4}D_0^2 \cdot H_0 - \frac{\pi}{4}(D_0 - \Delta D)^2 \cdot (H_0 - \Delta H) \\
&= \frac{\pi}{4}(2\Delta D \cdot D_0 \cdot H_0 - \Delta D^2 \cdot H_0 + D_0^2 \cdot \Delta H - 2\Delta D \cdot \Delta H \cdot D_0 + \Delta D^2 \cdot \Delta H)
\end{aligned}$$

以上より，体積ひずみは，

$$\begin{aligned}
\epsilon_v &= \frac{\Delta V}{V_0} \\
&= \frac{2\Delta D \cdot D_0 \cdot H_0 - \Delta D^2 \cdot H_0 + D_0^2 \cdot \Delta H - 2\Delta D \cdot \Delta H \cdot D_0 + \Delta D^2 \cdot \Delta H}{D_0^2 \cdot H_0} \\
&= 2\frac{\Delta D}{D_0} - \frac{\Delta D^2}{D_0^2} + \frac{\Delta H}{H_0} - 2\frac{\Delta D}{D_0} \cdot \frac{\Delta H}{H_0} + \frac{\Delta D^2}{D_0^2} \cdot \frac{\Delta H}{H_0} \\
&= 2\epsilon_r - \epsilon_r^2 + \epsilon_a - 2\epsilon_r \cdot \epsilon_a + \epsilon_r^2 \cdot \epsilon_a
\end{aligned}$$

ここで，直ひずみが 10^{-2} レベルの微小ひずみを仮定するとき，2 次の項 $\epsilon_r^2, \epsilon_r\epsilon_a$ や 3 次の項 $\epsilon_r^2\epsilon_a$ は大変小さな値となるので，これを無視すると，

$$\epsilon_v \simeq \epsilon_a + 2\epsilon_r$$

の近似関係が得られる。