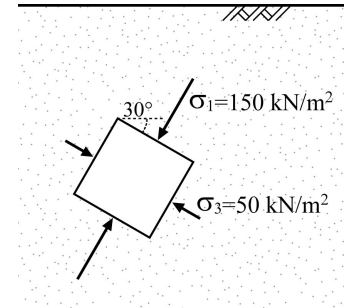


## 2011 年度 地盤工学基礎 演習課題 [2011.11.28 出題]

### 問題

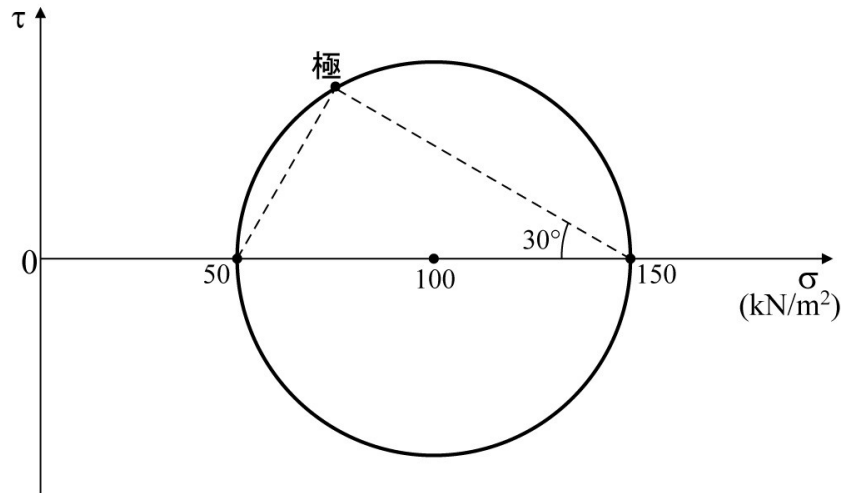
水平面・鉛直面に対して 30°傾いた面に，右図のような主応力が作用しているとき，以下の問いに答えよ。

- (1) 右の応力状態に関するモール円を描け。
- (2) 極の座標をモール円上に示せ。
- (3) 水平面に作用する垂直応力とせん断応力の値を求め，この座標をモール円上に示せ。



### 解答例

- (1) 既知の応力は主応力なので，(150, 0)と(50, 0)の2点を直径とする円を描く。



- (2) 上図の通り

最大主応力の座標(150, 0)を通り，

最大主応力面の傾きと平行に引いた直線が円弧と交わる点が極である。

- (3) 水平面は，最大主応力面から反時計回りの回転なので， $\alpha = -30^\circ$ として，

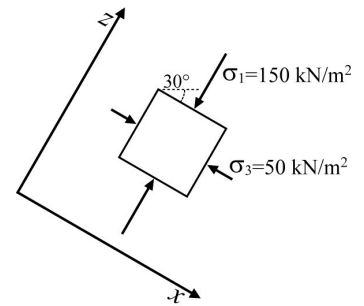
$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\alpha \\ &= \frac{150 + 50}{2} + \frac{150 - 50}{2} \cos[2 \times (-30)] = 100 + 50 \times \frac{1}{2} = 125 \text{ (kN/m}^2\text{)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tau &= -\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\alpha \\ &= -\frac{150 - 50}{2} \sin[2 \times (-30)] = -50 \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 43.3 \text{ (kN/m}^2\text{)}\end{aligned}$$

別解：応力テンソルの座標変換による計算

図の最大主応力方向を z 軸とすると、応力テンソルは、

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xz} \\ \tau_{zx} & \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 50 & 0 \\ 0 & 150 \end{bmatrix}$$



この座標系を反時計回りに 30°回転させる変換行列は、

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(-30) & -\sin(-30) \\ \sin(-30) & \cos(-30) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{3}/2 & 1/2 \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 \end{bmatrix}$$

したがって、

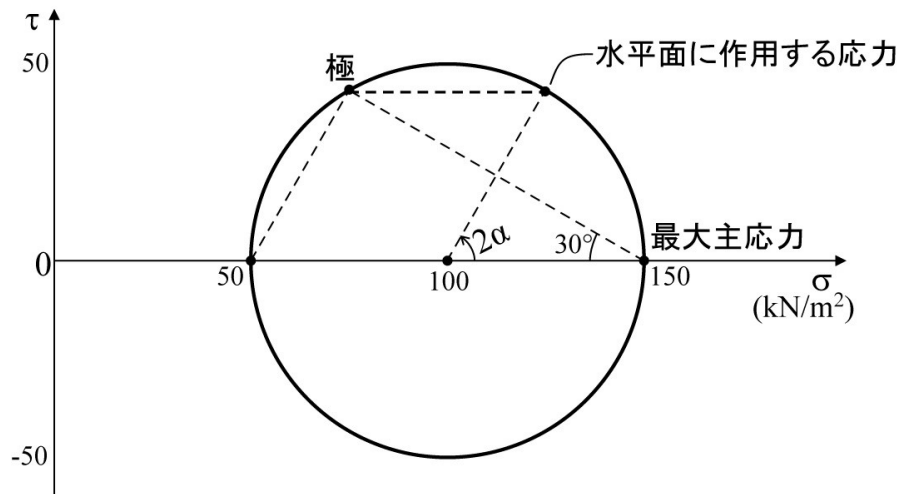
$$\mathbf{S} = \mathbf{A} \mathbf{s} \mathbf{A}^T = \begin{bmatrix} \sqrt{3}/2 & 1/2 \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 50 & 0 \\ 0 & 150 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{3}/2 & -1/2 \\ 1/2 & \sqrt{3}/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 75 & 25\sqrt{3} \\ 25\sqrt{3} & 125 \end{bmatrix}$$

水平面に作用する応力は 2 行目の要素なので、

$$\sigma = \sigma_z = 125 \text{ (kN/m}^2\text{)} \quad \tau = \tau_{zx} = 25\sqrt{3} = 43.3 \text{ (kN/m}^2\text{)}$$

## 補足

○水平面に作用する応力をモール円上に示すと下図となる。極から水平線を引いた円弧の交点になり、正確な数値はわからなくてもおおよその値を読み取れるので、数値計算結果の妥当性が確認できる。前ページの計算は、このモール円上の座標を求める方法です。



○  $\tau=25\sqrt{3}$  とした解答は、工学的には不十分です。実数、または指数形式で示してください。

○座標変換は、時計回りを正の角度として計算してください。今回は、最大主応力面を反時計回りに 30°の回転させると水平面となるので、負の回転角が与えられます。その結果、モール円およびテンソル計算、いずれもせん断応力は正の値となりましたが、このことをしっかりと意識していた解答は少ないようです。