

2014 年度 地盤工学基礎 演習課題 [2014.11.26 出題]

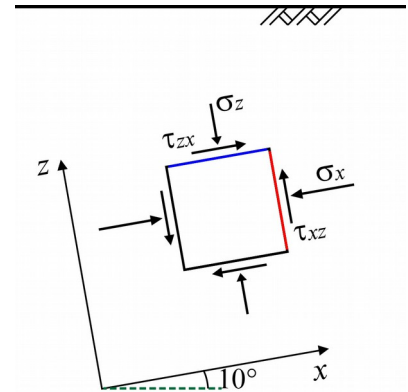
問題

右図のように、水平面・鉛直面に対して反時計回りに $\alpha=10^\circ$ 回転した座標系に平行な面の応力が既知で、その値 (スカラー量の絶対値) は以下のとおりである。

$$\sigma_x=200 \text{ kN/m}^2 \quad \sigma_z=100 \text{ kN/m}^2 \quad \tau_{xz}=\tau_{zx}=50 \text{ kN/m}^2$$

次の問いに答えよ。

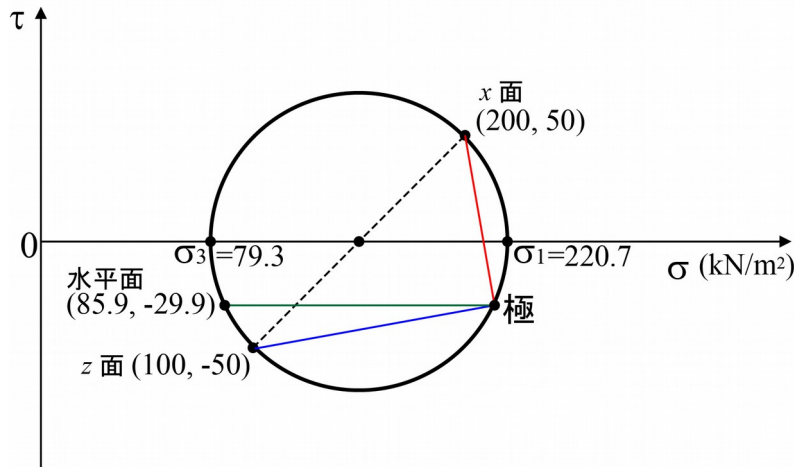
- (1) 図の応力状態に対応するモール円を描け。
- (2) モール円の極を(1)の円上に示せ。
- (3) 最大主応力, 最小主応力の値を求めよ。
- (4) 水平面に作用する垂直応力とせん断応力の値を求め, モール円上にその応力点を示せ。(ヒント: $\tau_{zx}=-50 \text{ kN/m}^2$ として計算せよ。なお, 板書の解析値に一部間違いがあったので下式に訂正し, これを用いて計算すること。)



$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_x - \sigma_z}{2} \sin 2\alpha + \tau_{xz} \cos 2\alpha$$

解答例

(1) (2) (4)



x 面のせん断応力が反時計回りなので正の値であり $(\sigma_x, \tau_{xz})=(200, 50)$,

z 面は $(\sigma_z, \tau_{zx})=(100, -50)$ の座標となる。これを通る円に関して, 以下が成り立つ。

$$\text{モール円中心: } \sigma_m = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} = \frac{200 + 100}{2} = 150 \text{ (kN/m}^2\text{)}$$

$$\text{モール円半径: } \tau_m = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2} = \sqrt{\left(\frac{200 - 100}{2}\right)^2 + 50^2} = 70.7 \text{ (kN/m}^2\text{)}$$

- (2) 極の座標は, x 面の座標点を通り x 面に平行な直線 (赤線) が円と交差する点である。 z 面の座標点を通り z 面に平行な直線 (青線) が円と交差する点も同じ極を示す。

(3) モール円の中心と半径の値から、

$$\text{最大主応力： } \sigma_1 = \sigma_m + \tau_m = 150 + 70.7 = 220.7 \text{ (kn/m}^2\text{)}$$

$$\text{最小主応力： } \sigma_3 = \sigma_m - \tau_m = 150 - 70.7 = 79.3 \text{ (kn/m}^2\text{)}$$

(4)

水平面は z 面を時計回りに $\alpha=10^\circ$ 回転させた面なので、

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} + \frac{\sigma_z - \sigma_x}{2} \cos 2\alpha + \tau_{zx} \sin 2\alpha = \frac{100 + 200}{2} + \frac{100 - 200}{2} \times \cos 20^\circ + (-50) \times \sin 20^\circ = 85.9 \text{ (kN/m}^2\text{)}$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_x - \sigma_z}{2} \sin 2\alpha + \tau_{zx} \cos 2\alpha = \frac{200 - 100}{2} \times \sin 20^\circ + (-50) \times \cos 20^\circ = -29.9 \text{ (kN/m}^2\text{)}$$

この応力は、これが作用する水平面と平行な直線（今回は水平線）を極から引いた直線（緑線）が円と交差する点に対応する。

補足

極を、円の中心を挟んで反対の位置（85.9, 29.9）にプロットした解答が半数以上見られた。応力作用面と極の関係は非常にシンプルなので、しっかりと復習しておくこと。

相変わらず平方根がついたままの解答が見られる。ものづくりをする工学では計算途中とみなされ、解答にたどり着いていないと判断するので注意すること。最後の段階で計算間違いをして重大な設計ミスにつながる例は決して少なくないのである。